Tolerancia-intervallum

Konfidencia-intervallum: A sokaság paramétere (pl. a várható érték) milyen intervallumban van adott valószínűséggel?

Jóslási intervallum: Egy következő mérés milyen intervallumban lesz adott valószínűséggel?

Tolerancia-intervallum: a sokaság adott része milyen intervallumban van (adott biztonsággal)?

$P(x \le x_U) = p$ A sokaság p része az X_U határt nem haladja meg

Ha μ és σ ismert: $X_U = \mu + z_{1-p}\sigma$

Pl. a sokaság elemeinek 95%-a 1.645σ alatt van, tehát a 95%-os fölső tolerancia-határ 1.645σ.

A sokaság elemeinek 90%-a a $-1.645\sigma < x < 1.645\sigma$

intervallumban van, ezek a 90%-os kétoldali tolerancia-határok.

Ha μ és σ nem ismert, maga az intervallum is bizonytalan:

$$P\left[P(x \le x_U) \ge p\right] = P\left[P(x \le \bar{x} + ks) \ge p\right] = \gamma$$

γ biztonsággal állíthatjuk, hogy a sokaság elemeinek legalább p része X_U alatt van.

Annak valószínűsége, hogy a sokaság legalább *p* része az

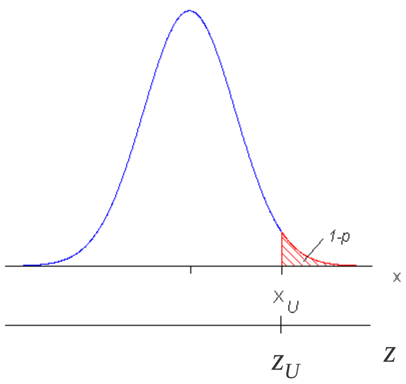
$$x_U = \bar{x} + ks$$

fölső határ alatt legyen, γ.
k értékét meg kell határozni.

$$z_U = \frac{x_U - \mu}{\sigma} = \frac{\bar{x} + ks - \mu}{\sigma}$$

$$P(z \geq z_U) \geq p \qquad \text{ha} \qquad z_U \geq z_{1-p}$$

$$P\left[z_U \geq z_{1-p}\right] = \gamma$$



$$P\left[\frac{x_U - \mu}{\sigma} \geq z_{1-p}\right] = P\left[\frac{\bar{x} + ks - \mu}{\sigma} \geq z_{1-p}\right] = \gamma$$

$$P\left[\frac{x_U - \mu}{\sigma} \geq z_{1-p}\right] = P\left[\frac{\bar{x} + ks - \mu}{\sigma} \geq z_{1-p}\right] = \gamma$$

$$P\left[\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} - z_{1-p} \geq -\frac{ks}{\sigma}\right] = \gamma$$

$$P\left[\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} - z_{1-p}\sqrt{n} \geq -\frac{ks}{\sigma / \sqrt{n}}\right] = \gamma$$

$$P\left[\frac{\dfrac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} - z_{1-p}\sqrt{n}}{s / \sigma} \geq -k\sqrt{n}\right] = \gamma$$

$$t_{nc}(\delta) = \frac{\dfrac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} + \delta}{s / \sigma}$$

$$\delta = -z_{1-p}\sqrt{n}$$

$$P\left[\frac{\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}-z_{1-p}\sqrt{n}}{s/\sigma}\geq -k\sqrt{n}\right]=\gamma$$

$$P\left[t_{nc}\left(n-1,-z_{1-p}\sqrt{n}\right)\geq -k\sqrt{n}\right]=\gamma$$

ekvivalens átalakítás:

$$P\left[t_{nc}\left(n-1,z_{1-p}\sqrt{n}\right)\leq k\sqrt{n}\right]=\gamma$$

$k\sqrt{n}$ a $t_{nc}\left(n-1,z_{1-p}\sqrt{n}\right)$ γ kvantilise

Példa a konfidencia-, jóslási és tolerancia-határ összevetésére

n=10, α=0.025 egyoldali fölső (ha n nő?)

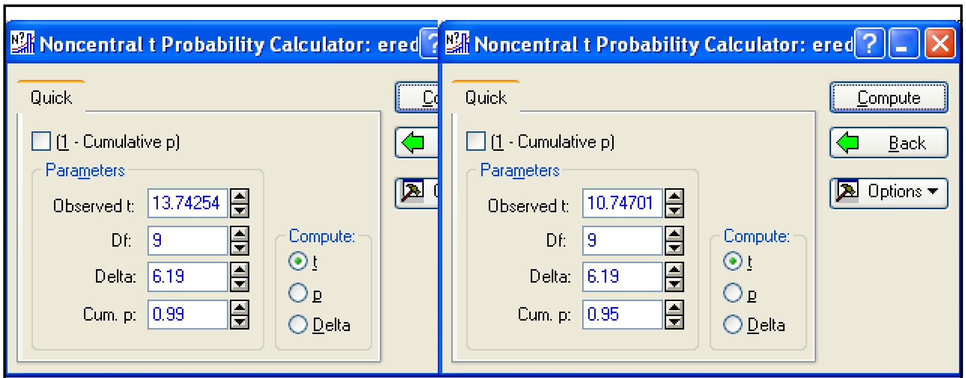
konfidencia-határ: $t_\alpha s\big/\sqrt{n}=2.262s\big/\sqrt{10}=0.715s$

jóslási határ: $t_\alpha s\sqrt{\left(1+\frac{1}{n}\right)}=2.262s\sqrt{\left(1+\frac{1}{10}\right)}=2.372s$

tolerancia-határ (γ=0.99): $z_{0.025}=1.96$ $z_{1-p}\sqrt{n}=z_{0.025}\sqrt{10}=6.19$

$P\left[t_{nc}\left(n-1,z_{1-p}\sqrt{n}\right)\leq k\sqrt{n}\right]=\gamma$ $k=\dfrac{t_{nc}(9,6.19)_{0.99}}{\sqrt{10}}=4.35$

$ks=4.35s$



γ=0.99

$$k = \frac{t_{nc}(9,6.19)_{0.99}}{\sqrt{10}} = \frac{13.742}{\sqrt{10}} = 4.35$$

$$ks = 4.35s$$

γ=0.95

$$k = \frac{t_{nc}(9,6.19)_{0.95}}{\sqrt{10}} = \frac{10.747}{\sqrt{10}} = 3.39$$

$$ks = 3.39s$$

$$\boxed{\Pr\left(\Pr\left(\bar{x} - Ks \le X \le \bar{x} + Ks\right) \ge 1 - \beta\right) \ge 1 - \alpha}$$

CALCULATOR	
99.9997%	Confidence (1-alpha)
95.0%	Power (1-beta)
14.00	sample size
300.529	numerator
5.892	denominator
7.142	**K-factor**

1-α mértékben vagyunk biztosak abban, hogy

a sokaság legalább 1-β része az intervallumban van

Please freely distribute and modify, but properly reference and maintain this contact information in the sheet.
http://www.kevinotto.com/RSS/templates/Normal Distribution Tolerance Sample Size Calculator.xls

Table of K-factors for various Reliability, Confidence, and Sample Sizes

			Confidence					
			75%	80%	85%	90%	95%	99%
Power of 99%	Sample Size	2	112.41	125.23	140.67	160.73	191.52	251.70
		3	13.25	14.76	16.58	18.95	22.57	29.67
		4	6.57	7.32	8.23	9.40	11.20	14.72
		5	4.62	5.15	5.79	6.61	7.88	10.35
		6	3.73	4.16	4.67	5.34	6.36	8.36
		8	2.90	3.23	3.63	4.15	4.94	6.49
		10	2.50	2.79	3.13	3.58	4.27	5.61
		12	2.27	2.53	2.84	3.25	3.87	5.09
		15	2.06	2.29	2.58	2.94	3.51	4.61
		20	1.86	2.07	2.33	2.66	3.17	4.16
		25	1.74	1.94	2.18	2.49	2.97	3.91
		50	1.51	1.68	1.89	2.16	2.58	3.39
		100	1.38	1.54	1.73	1.98	2.36	3.10
		250	1.29	1.43	1.61	1.84	2.19	2.88
		500	1.24	1.38	1.56	1.78	2.12	2.78
		1000	1.21	1.35	1.52	1.74	2.07	2.72
		infty	1.15	1.28	1.44	1.64	1.96	2.58

Table of K-factors for various Reliability, Confidence, and Sample Sizes

			Confidence					
			75%	80%	85%	90%	95%	99%
		infty	1.15	1.28	1.44	1.64	1.96	2.58
Power of 95%	Sample Size	2	22.47	25.03	28.12	32.13	38.28	50.31
		3	5.87	6.53	7.34	8.39	9.99	13.13
		4	3.76	4.18	4.70	5.37	6.40	8.41
		5	2.99	3.33	3.74	4.27	5.09	6.69
		6	2.60	2.89	3.25	3.71	4.42	5.81
		8	2.19	2.44	2.74	3.14	3.74	4.91
		10	1.98	2.21	2.48	2.84	3.38	4.44
		12	1.86	2.07	2.32	2.65	3.16	4.16
		15	1.73	1.93	2.17	2.48	2.95	3.88
		20	1.62	1.80	2.02	2.31	2.75	3.62
		25	1.54	1.72	1.93	2.21	2.63	3.46
		50	1.40	1.56	1.75	2.00	2.38	3.13
		100	1.31	1.46	1.64	1.87	2.23	2.93
		250	1.24	1.39	1.56	1.78	2.12	2.79
		500	1.22	1.35	1.52	1.74	2.07	2.72
		1000	1.20	1.33	1.50	1.71	2.04	2.68
		infty	1.15	1.28	1.44	1.64	1.96	2.58

Table of K-factors for various Reliability, Confidence, and Sample Sizes						
	Confidence					
Power of 90% — Sample Size	75%	80%	85%	90%	95%	99%
2	11.21	12.49	14.03	16.03	19.10	25.11
3	4.09	4.56	5.12	5.85	6.97	9.16
4	2.91	3.25	3.65	4.17	4.96	6.53
5	2.44	2.72	3.06	3.49	4.16	5.47
6	2.19	2.44	2.74	3.13	3.73	4.90
8	1.92	2.14	2.40	2.74	3.27	4.29
10	1.77	1.98	2.22	2.53	3.02	3.97
12	1.68	1.87	2.10	2.40	2.86	3.76
15	1.59	1.77	1.99	2.28	2.71	3.57
20	1.51	1.68	1.88	2.15	2.56	3.37
25	1.45	1.62	1.82	2.08	2.47	3.25
50	1.34	1.49	1.68	1.92	2.28	3.00
100	1.27	1.42	1.59	1.82	2.17	2.85
250	1.22	1.36	1.53	1.75	2.09	2.74
500	1.20	1.34	1.50	1.72	2.05	2.69
1000	1.19	1.32	1.48	1.69	2.02	2.65
infty	1.15	1.28	1.44	1.64	1.96	2.58