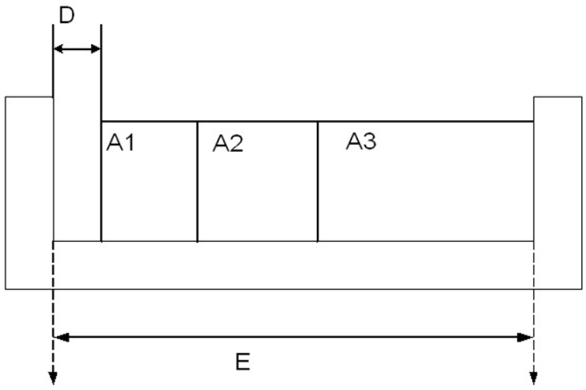
Tűrés-elemzés

$D = E - A_1 - A_2 - A_3$

átviteli függvény
y: D,
x: E, A_1, A_2, A_3



A hibaterjedési törvény

$D = E - A_1 - A_2 - A_3$ egyszerű átviteli függvény

lehet bonyolultabb, pl.: $V = xyz$

$F = F\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_r\right)$

Az x_1 , x_2 , ..., x_r független változókban elkövetett δ_1, δ_2 , δ_r hibák hogyan befolyásolják a számított változó (függvény) értékét?

$$F = F\left(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_r\right)$$

Taylor-sorba fejtve az $F^0 = F\left(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_r^0\right)$ igazi érték körül:

$$F = F^0 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)\left(x_1 - x_1^0\right) + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)\left(x_2 - x_2^0\right) + \ \ldots\ + \left(\frac{\partial F}{\partial x_r}\right)\left(x_r - x_r^0\right) +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2}\right)\left(x_1 - x_1^0\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x_1 x_2}\right)\left(x_1 - x_1^0\right)\left(x_2 - x_2^0\right) + \ \ldots$$

A $\delta_j = x_j - x_j^0$ hibák kicsinyek, négyzeteik különösen, a másodrendű tagokat elhagyjuk

$$\delta_F \approx \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)\delta_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)\delta_2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_3}\right)\delta_3 + \ldots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_r}\right)\delta_r$$

A hibák (eltérések) nagyságát nem ismerjük.

$|\delta|$ fölső határa becsülhető (mérési hiba vagy tűrés)

pesszimista becslés (worst case)

$$\left|\delta_F\right| \approx \left|\left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)\right|\left|\delta_1\right| + \left|\left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)\right|\left|\delta_2\right| + \left|\left(\frac{\partial F}{\partial x_3}\right)\right|\left|\delta_3\right| + \ldots + \left|\left(\frac{\partial F}{\partial x_r}\right)\right|\left|\delta_r\right|$$

realisztikus:

$$\delta_F \approx \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 \delta_1^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)^2 \delta_2^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_3}\right)^2 \delta_3^2 + \ldots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_r}\right)^2 \delta_r^2}$$

A véletlen hibákra: $E\left(\delta_j^{\,2}\right) = E\left[\left(\delta_j - 0\right)^2\right] = \sigma_j^2$

$$E\left[\left(\delta_j - 0\right)\left(\delta_k - 0\right)\right] = Cov\left(\delta_j \delta_k\right)$$

Ha a véletlen hibák függetlenek: $Cov\left(\delta_j \delta_k\right) = 0$

$$\sigma_F^2 \approx \sum_{j=1}^{r} \left(\frac{\partial F}{\partial x_j}\right)^2 \sigma_{x_j}^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \cdots$$

érzékenység-elemzés

Ha csak szorzás-osztás van a képletben, egyszerűsödik:

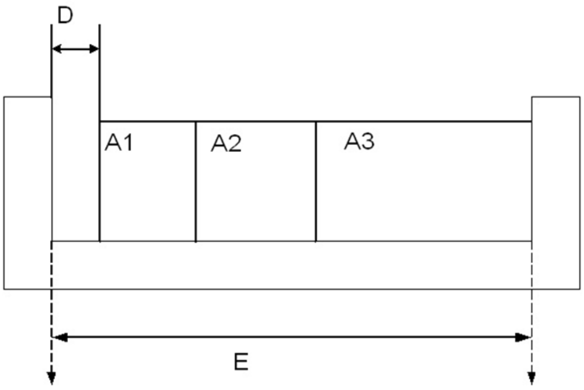
$$\sigma_F^2 \approx \sum_{j=1}^{r} \left(\frac{\partial F}{\partial x_j}\right)^2 \sigma_{x_j}^2 \qquad \frac{\sigma_F^2}{F^2} \approx \sum_{j=1}^{r} \frac{\sigma_{x_j}^2}{x_j^2}$$

$V = xyz$ $\qquad \dfrac{\sigma_V^2}{V^2} = \dfrac{\sigma_x^2}{x^2} + \dfrac{\sigma_y^2}{y^2} + \dfrac{\sigma_z^2}{z^2}$

Tűrés-elemzés

$D = E - A_1 - A_2 - A_3$

átviteli függvény
y: *D*,
x: *E*, A_1, A_2, A_3



tűrések: *D*: 0.5± 0.35

E: 6.5±0.1 A_1: 1±0.1 A_2: 2±0.2 A_3: 3±0.3

Target: $D_{\text{Target}} = E - A_1 - A_2 - A_3 = 6.5 - 1.0 - 2.0 - 3.0 = 0.5$

worst case:

$$D_{\min} = E_{\min} - A_{1\max} - A_{2\max} - A_{3\max} = 6.4 - 1.1 - 2.2 - 3.3 = -0.2$$

realisztikus, kitűzhető:

$$TOL_D = \sqrt{TOL_E^2 + TOL_{A_1}^2 + TOL_{A_2}^2 + TOL_{A_3}^2} =$$

$$= \sqrt{0.1^2 + 0.1^2 + 0.2^2 + 0.3^2} = \sqrt{0.15} = 0.387$$

Szórások (amit a folyamatunk tud, hosszú távú):

σ_E=0.02 σ_{A1}=0.02 σ_{A2}=0.04 σ_{A3}=0.06

$$Var(D)=\sigma_E^2+\sigma_{A_1}^2+\sigma_{A_2}^2+\sigma_{A_3}^2=0.02^2+0.02^2+0.04^2+0.06^2=0.006$$

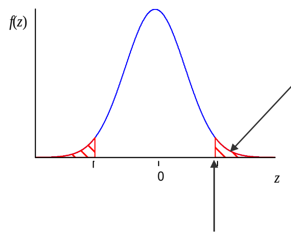
$$\sigma_D=\sqrt{0.006}=0.077$$

Ha a (kívülről meghatározott) tűrés ±0.35

$$Z_{USL}=Z_{LSL}=\frac{0.35}{0.077}=4.55 \quad \text{LT}$$

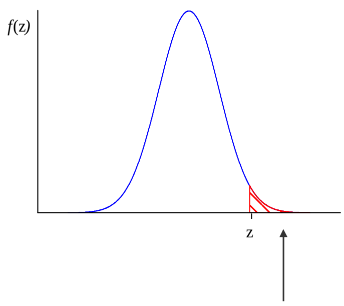
p=0.000006

0.000003



Tűrés-elemzés

4.55



Z_{LT}=4.38

Z_{ST}=5.88

DPU=0.000006=$6\cdot 10^{-6}$

Hogy mennyire rossz a „worst case”:

$$P(E\le 6.4)=P\left(z\le\frac{6.4-6.5}{0.02}\right)=P(z\le -5)=0.287\cdot 10^{-6}$$

$$P(E\le 6.4)\cdot P(A_1\ge 1.1)\cdot P(A_2\ge 2.2)\cdot P(A_3\ge 3.3)=\left(0.287\cdot 10^{-6}\right)^4=6\cdot 10^{-27}$$

$$F = F(x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots,\ x_r)$$ átviteli függvény

természettudományos-műszaki ismeretekből vagy kísérlettervezésből

Baracklekvár-példa:

$$\hat{Y} = 50 + 6x_1 + 8x_2 - 20x_1x_2$$

Vigyázat, ez a kódolt faktorokra érvényes!

$$\hat{Y} = -1168 + 4520\,C + 43.2\,t - 160\,Ct$$

C: cukor mennyisége

t: főzési idő

C_0=0.25 t_0=27.5

$$\delta_Y \approx \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial C}\right)^2 \delta_C^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)^2 \delta_t^2}$$

$$\hat{Y} = -1168 + 4520\,C + 43.2\,t - 160\,Ct$$

például

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial C}\right) = 4520 - 160t = 4520 - 160 \cdot 27.5 = 120$$

$\delta_C = 0.05$ (tűrés)

$\sigma_C = 0.01$ (szórás)

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right) = 43.2 - 160C = 43.2 - 160 \cdot 0.25 = 3.2$$

$\delta_t = 1$

$\sigma_t = 0.5$

$$\delta_Y \approx \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial C}\right)^2 \delta_C^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)^2 \delta_t^2} = \sqrt{120^2 \cdot 0.05^2 + 3.2^2 \cdot 1^2} = 6.8$$

Ezt lehetne előírni a baracklekvár tűrésmezőjének szélességére a technológiai elemek tűréséből.

$$\sigma_Y \approx \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial C}\right)^2 \sigma_C^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)^2 \sigma_t^2} = \sqrt{120^2 \cdot 0.01^2 + 3.2^2 \cdot 0.5^2} = 2$$

Tegyük föl, hogy a specifikáció szerint 10 egység a tűrési tartomány szélessége!
A Z érték megfelelő centrálás esetén:

$$Z_{USL} = Z_{LSL} = \frac{10.0}{2.0} = 5$$