

minta	FEJ1	FEJ2	FEJ3	FEJ4	FEJ5	FEJ6	FEJ7	FEJ8
1	378	375	367	370	384	372	372	371
2	376	372	362	367	383	373	370	379
3	372	385	373	372	386	380	374	376
4	379	375	370	371	385	380	374	375
5	374	373	362	380	383	372	370	368
6	352	371	366	370	385	371	377	378
7	370	377	370	374	385	380	370	370
8	377	379	367	370	385	372	367	372
9	370	380	367	373	383	369	373	371
10	369	374	366	375	383	370	379	369
11	373	376	374	373	388	372	371	378
12	375	380	371	377	388	368	376	371
13	380	375	374	376	386	380	376	370
14	372	373	375	383	387	378	375	376
15	380	375	370	374	386	368	373	376
16	379	372	373	372	386	378	368	374
17	372	376	369	373	388	381	376	371
18	368	372	372	375	387	380	380	375
19	372	370	370	375	386	379	375	371
20	371	375	383	383	380	379	377	382
21	370	376	380	376	386	374	375	380
22	376	373	368	374	386	370	375	380
23	372	373	372	379	385	381	380	375
24	375	372	369	370	386	372	379	375
25	383	380	369	370	386	375	375	373

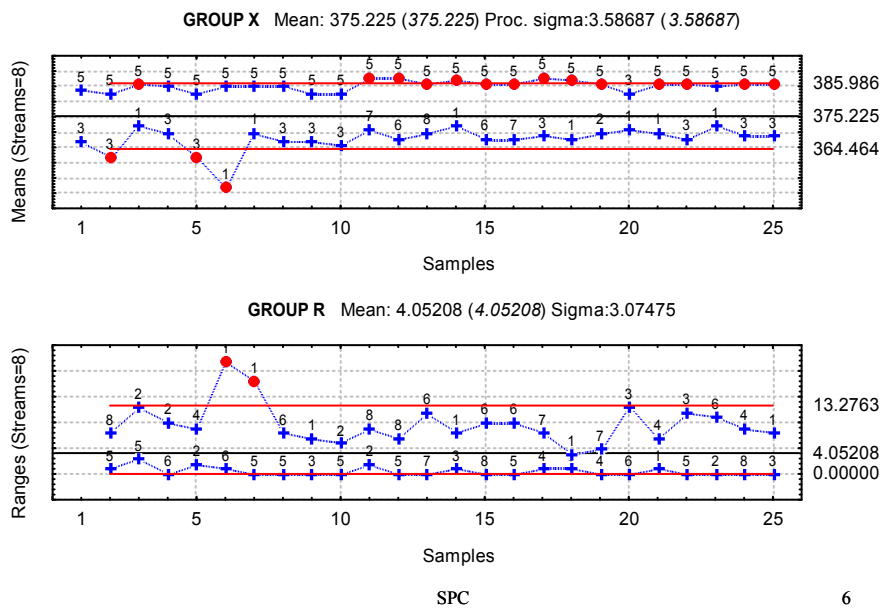
**Több áram  
kezelése: csoport-  
kártyák**

1. példa

8 fejű töltőgép adagolja a  
mustárt üvegekbe.

SPC

5



6

A 8 fejről vett 1-1 minta nem egy 8 elemű minta, 8 különböző sokaság

8 egyedi érték kártya

A csoport-kártyán a több áramból vett minták közül csak

- a legkisebb és legnagyobb átlagot (egyedi értéket)
- a legnagyobb terjedelmet (mozgó terjedelmet) ábrázoljuk, a többit nem.

Ha az ábrázolt átlag ill. terjedelem az elfogadási tartományba (a beavatkozási határokon belülré) esik, a többi, nem ábrázolt érték is belül van.

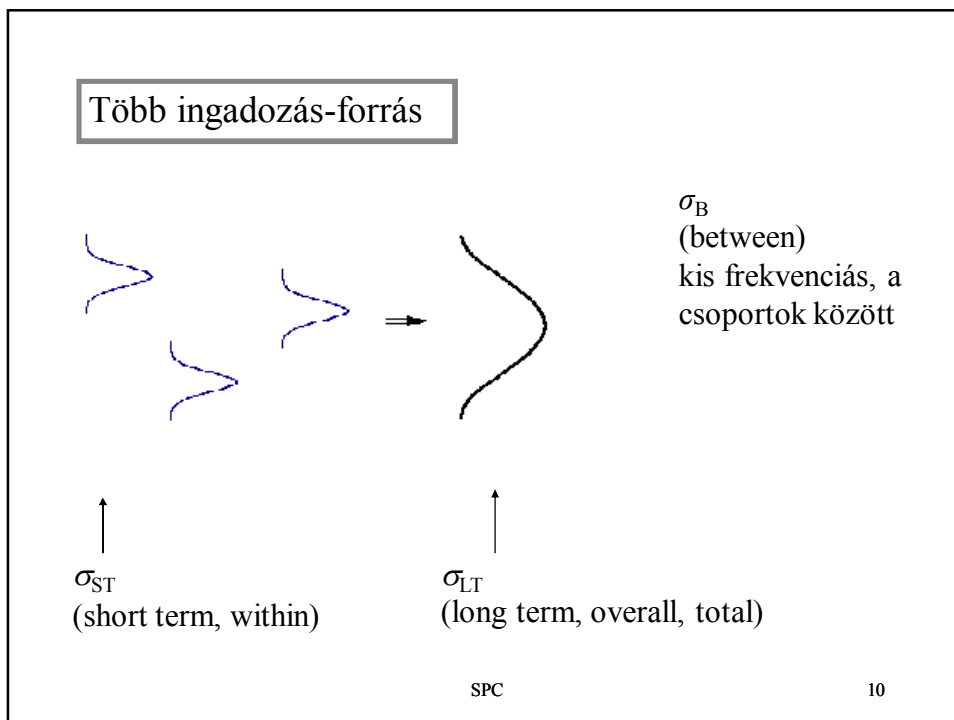
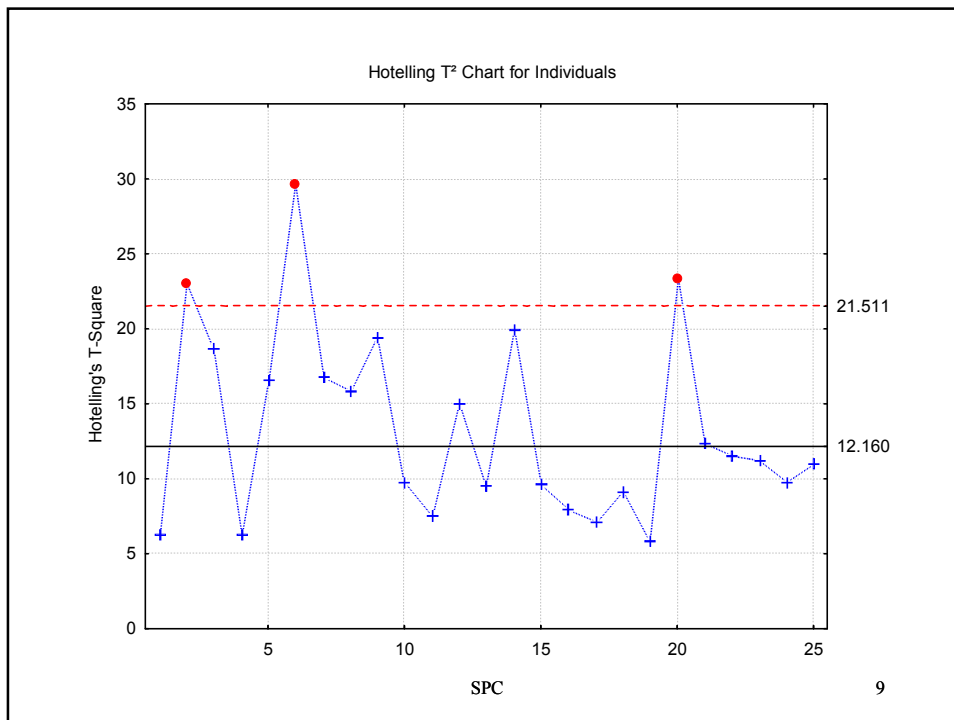
## Hotelling-kártya

A csoport-kártyánál az áramokat (fejeket) függetlenként kezeltük, csak kényelmi okokból egyetlen kártyával.

A több áram egymással összefüggőként is értelmezhető, tehát egy rendszer több válaszaként, erre alkalmas a Hotelling-féle  $T^2$ -eloszlás és -kártya.

$$n(\bar{X} - \mu)^T S^{-1}(\bar{X} - \mu) = T^2$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$



## 2. példa

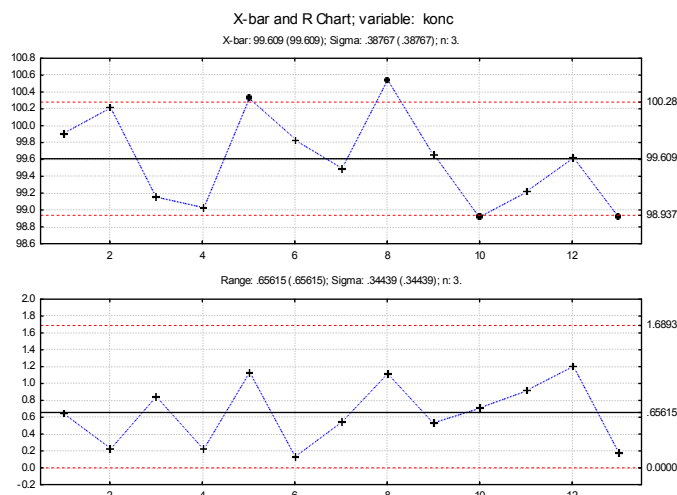
Gyógyszergyári ellenőrző laboratóriumban az eljárás stabilitását (időbeli állandóságát) úgy ellenőrzik, hogy egy ismert összetételű minta (ún. ellenőrző minta) hatóanyag-tartalmát havonta mérik, alkalmanként 3 ismétléssel.

Hónap	Hatóanyag-tartalom		
1	99.62	100.28	99.86
2	100.24	100.10	100.34
3	99.66	98.81	99.02
4	99.20	98.96	98.96
5	99.73	100.38	100.87
6	99.77	99.91	99.84
7	99.29	99.85	99.36
8	101.24	100.25	100.12
9	99.44	99.98	99.56
10	98.49	99.06	99.20
11	98.78	99.20	99.71
12	100.33	99.43	99.12
13	98.81	98.97	99.00

SPC

11

Az eredeti átlag-terjedelm-kártya:



Baj van! Nem stabil a gyártási folyamat!

SPC

12

Mit is akarunk az ellenőrző kártyával?

Elkülöníteni a véletlen ingadozást a veszélyes hibától. A véletlen ingadozást a szokásos esetben a mintán belüli eltérések mutatják.

Itt a mintán belüli ingadozás csak egy része a véletlen ingadozásnak, a hónapok közöttit is figyelembe kell venni.

SPC

13

ANOVA (varianciaanalízis):

Az eltérés forrása	Szabadsági fok	Szórásnégyzet	Szórásnégyzet várható értéke	$F_0$	$p$
$A$ : hónap	12	$s_A^2 = 0.883$	$\sigma_e^2 + p\sigma_A^2$	$s_A^2 / s_R^2 = 5.782$	0.000092
Ismétlések	26	0.1527	$\sigma_e^2$		

A hónapok közötti különbség tehát jelentős.

Adjunk becslést az  $A$  faktor (a hónapok) hatásának varianciájára!

$$\sigma_A^2 = \frac{s_A^2 - s_R^2}{p} = \frac{0.8832 - 0.1527}{3} = 0.2435$$

Az ismétlések varianciájának becslése:

$$\sigma_e^2 = s_R^2 = 0.1527$$

SPC

14

A beavatkozási határokat a szokásos esetben az ismétlések ingadozásából számoljuk.

$$\hat{\sigma}_e^2 = s_R^2 = 0.1527 \quad \text{az ismétlések szórásnégyzetének becslése}$$

$$\hat{\sigma}_A^2 = 0.2435 \quad \text{a hónapok közötti ingadozás szórásnégyzetének becslése}$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_A^2 + \frac{\sigma_e^2}{p} \quad \leftarrow \text{ezt kell a kártya beavatkozási határaihoz használni}$$

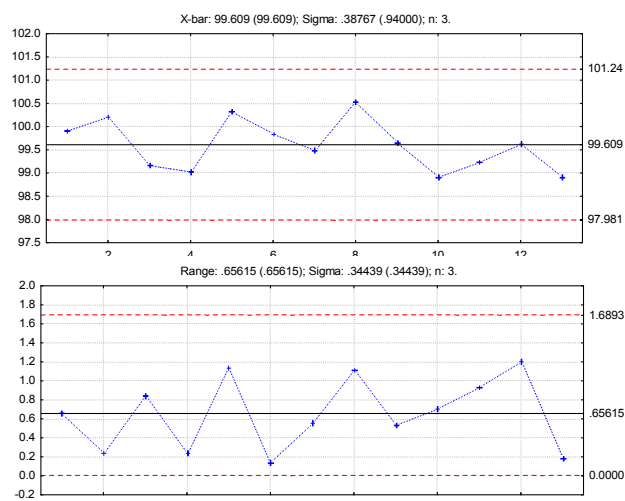
$$\hat{\sigma}_y^2 = 0.2435 + \frac{0.1527}{3} = 0.2944 \quad \sigma_y^2 = 3 \cdot 0.2944 = 0.883$$

$$\sigma_y = \sqrt{0.883} = 0.94$$

SPC

15

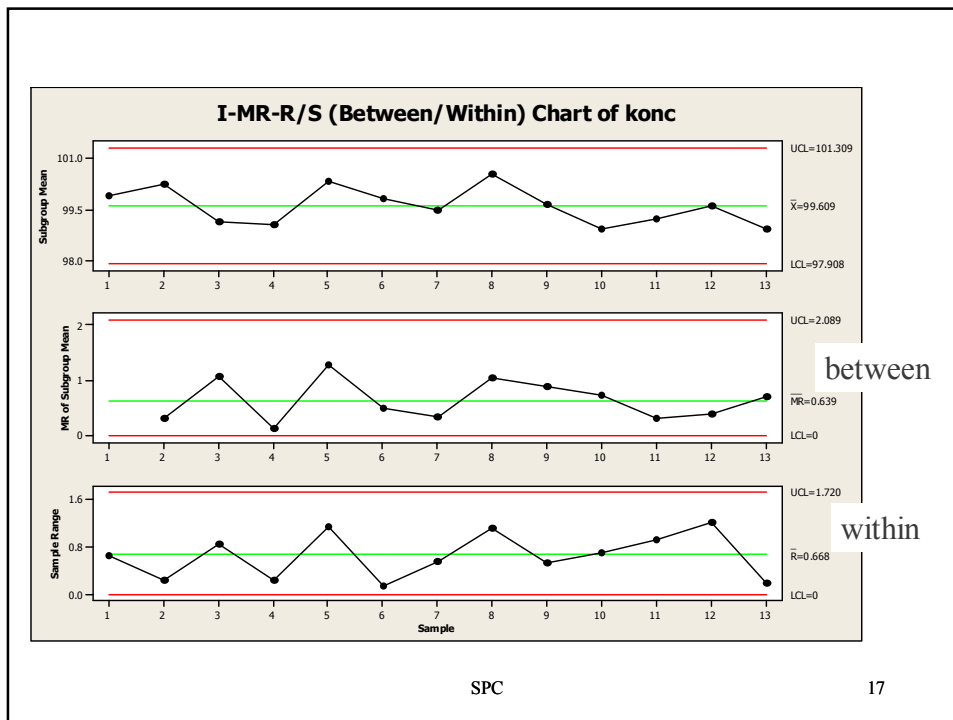
A kétrétegű ingadozást (hónap és ismétlés) figyelembe vevő beavatkozási határokkal rajzolt kártya



SPC

16





## Ellenőrző kártyák kisebb változások kimutatására

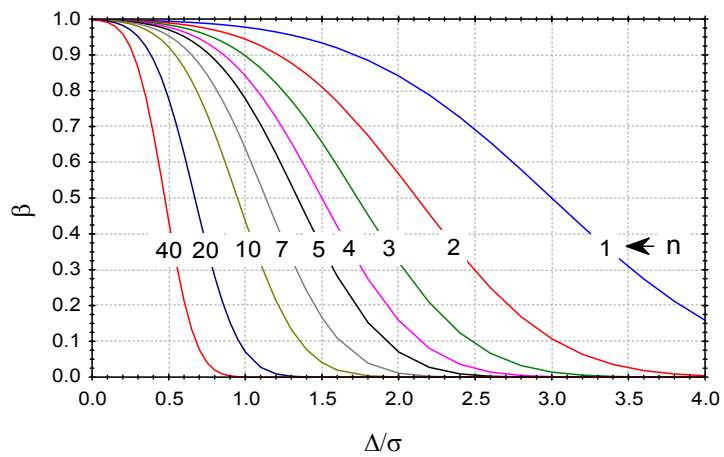
3. példa

Az előzetes adatfelvétel szerint a folyamat paraméterei:  
 $\mu=250.0$ ,  $\sigma=1.0$

Egyedi mintákat véve a folyamatból (cusum.sta) készítsünk kártyát gyártásközi ellenőrzéshez!

Statistics>Industrial Statistics & Six Sigma>Quality Control Charts>Individuals and moving range

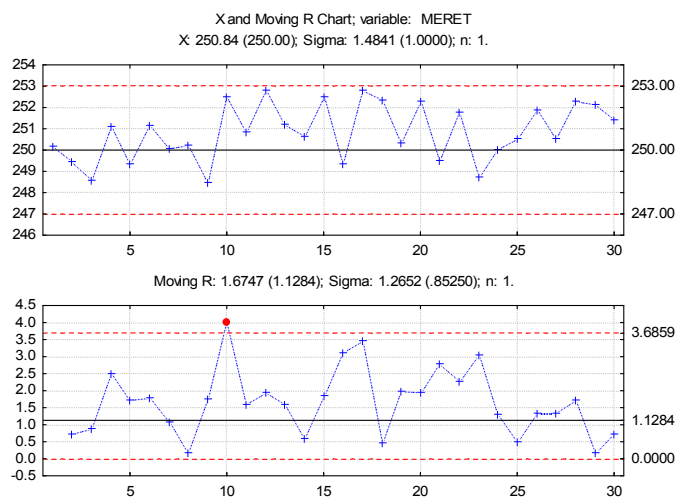
### Az átlag-kártya működési jelleggörbéje ( $\alpha=0.0027$ )



SPC

19

### 0.5 eltolódás a 11. mintától kezdve, az I-MR-kártya nem mutatja ki:



SPC

20

## CUSUM-kártya

Arra jó, hogy a hirtelen megjelenő, de tartós eltolódást kimutassa. A kártyán az addigi pontok összegét ábrázoljuk, a minta-elemszám függvényében.

$$Q_1 = x_1 - T$$

a jellemző cél-értéke ( $T$ : target)  
(az előírt érték, vagy az előzetes  
adat-felvételnél kapott átlagos  
érték)

SPC

21

$$Q_2 = Q_1 + (x_2 - T) = (x_1 - T) + (x_2 - T)$$

$$Q_3 = Q_2 + (x_3 - T) = (x_1 - T) + (x_2 - T) + (x_3 - T)$$

...

A CUSUM-vizsgálat nagyon érzékeny kis eltolódásokra, de a Shewhart-kártyánál lassabban reagál nagy (pl.  $\Delta=2\sigma$ ) eltolódásokra, mert idő kell a szummák kifejlődéséhez. Célszerű tehát a kétféle (CUSUM és Shewhart) kártyát együtt alkalmazni.

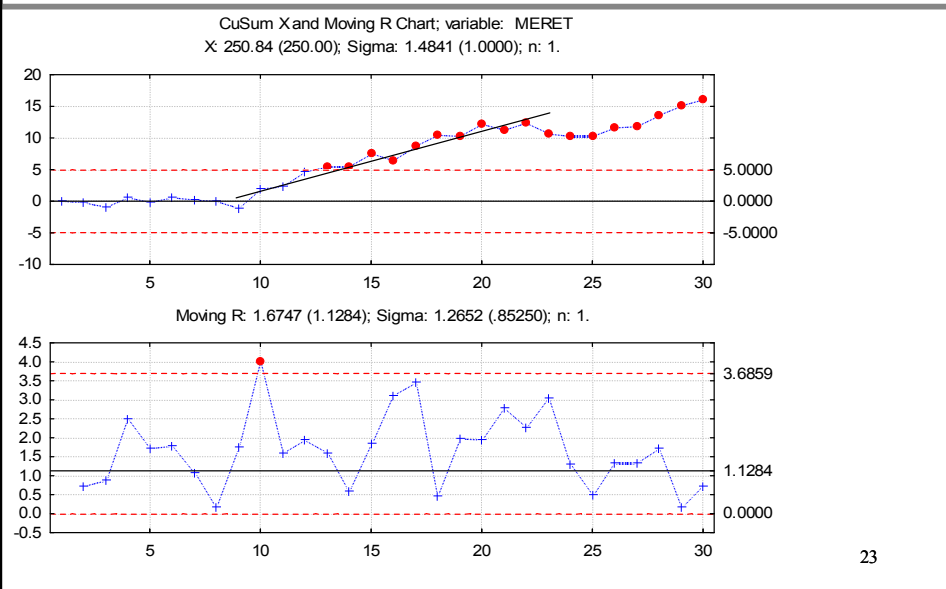
Használatának (ugyanúgy, mint az átlag-kártyáénak) feltétele, hogy a  $\sigma^2$  variancia konstans legyen, ezért mindig terjedelem- (vagy más, a szóródási jellemzőt ábrázoló) kártyával együtt szokták alkalmazni.

SPC

22

#### 4. példa

Az előzetes adatfelvétel szerint a folyamat paramétereit:  $\mu=250.0$ ,  $\sigma=1.0$   
Készítsünk CUSUM-kártyát! cusum.sta



23

### Mozgó átlag (MA) kártya

$$MA_i = \frac{1}{w} \sum_{j=i-w+1}^i \bar{x}_j$$

az  $i$ -edik  
ponthoz tartozó  
mozgó átlag

az átlagoláshoz  
egyidejűleg figyelembe  
vett pontok száma

A mozgó átlag varianciája:  $Var(MA) = \frac{1}{w^2} Var\left(\sum_j \bar{x}_j\right) = \frac{\sigma^2}{nw}$

SPC

24

$$Var(MA) = \frac{\sigma^2}{nw}$$

a minta elemszáma

a „lánc” tagjainak száma

A kártya beavatkozási határai a  $\pm 3\sigma$  szabály szerint:

$$UCL = \bar{\bar{x}} + \frac{3\sigma}{\sqrt{nw}}$$

$$LCL = \bar{\bar{x}} - \frac{3\sigma}{\sqrt{nw}}$$

Minél hosszabb a lánc

- annál szűkebb az elfogadási tartomány, tehát kisebb változást észreveszünk, de
- annál több minta kell egy ponthoz, tehát a változás után hosszabb idő kell, hogy észrevegyük

SPC

25

### 5. példa

Az előzetes adatfelvétel szerint a folyamat paraméterei:  
 $\mu=250.0$ ,  $\sigma=1.0$

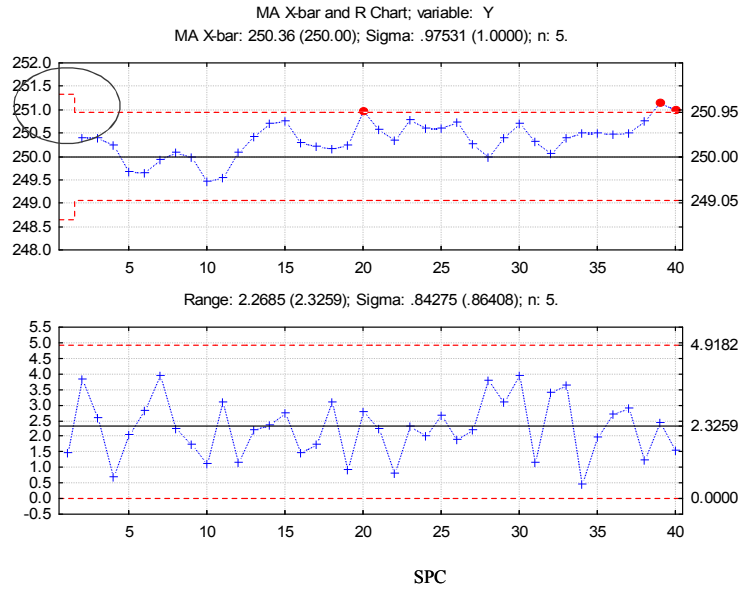
5 elemű mintákat véve a folyamatból (gyártasközi.sta)  
készítsünk MA kártyát gyártásközi ellenőrzéshez!

Statistics>Industrial Statistics & Six Sigma>Quality Control  
Charts>MA X-bar and R chart for variables  
Moving average span: 2

SPC

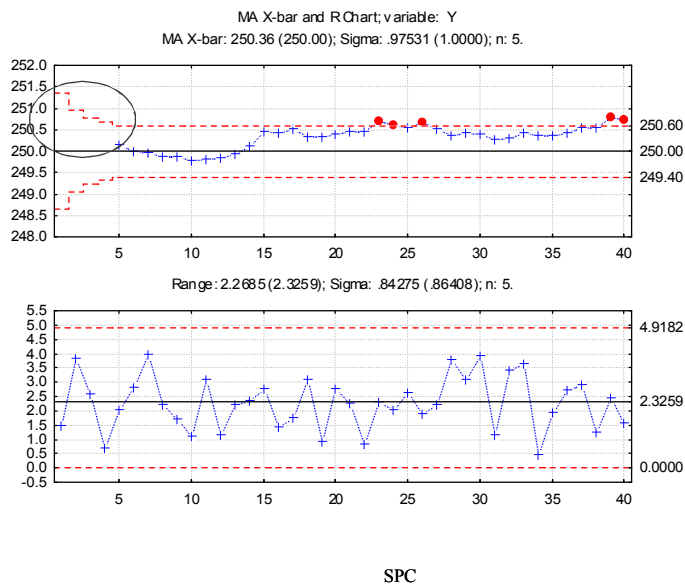
26

### Moving average span: 2



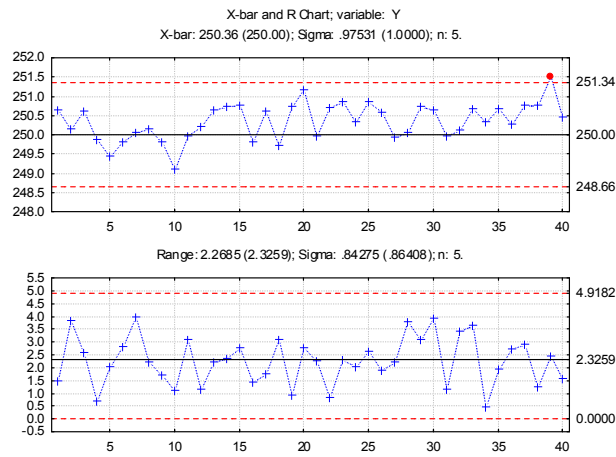
27

### Moving average span: 5



28

## A folyamat vizuális jellemzése átlag-terjedelem-kártyával



SPC

29

## EWMA kártya

**Exponentially Weighted Moving Average**  
 (exponenciálisan súlyozott mozgó átlag)

Az  $i$ -edik ponthoz tartozó  $z_i$  mozgó átlag kifejezésekor  $\lambda$  ( $0 < \lambda \leq 1$ ) súllyal vesszük figyelembe az átlagoláshoz az  $i$ -edik pontbeli értéket,  $(1-\lambda)$  súllyal az előző átlagot:

$$z_i = \lambda \bar{x}_i + (1 - \lambda) z_{i-1}$$

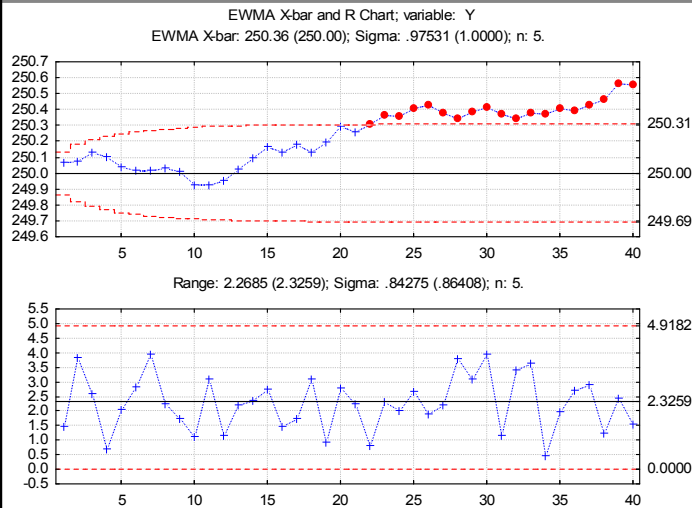
$$z_i = \lambda \bar{x}_i + (1 - \lambda) \lambda \bar{x}_{i-1} + (1 - \lambda)^2 \lambda \bar{x}_{i-2} + (1 - \lambda)^3 \lambda \bar{x}_{i-3} + \dots + (1 - \lambda)^{i-1} \bar{x}_1$$

SPC

30

### 6. példa

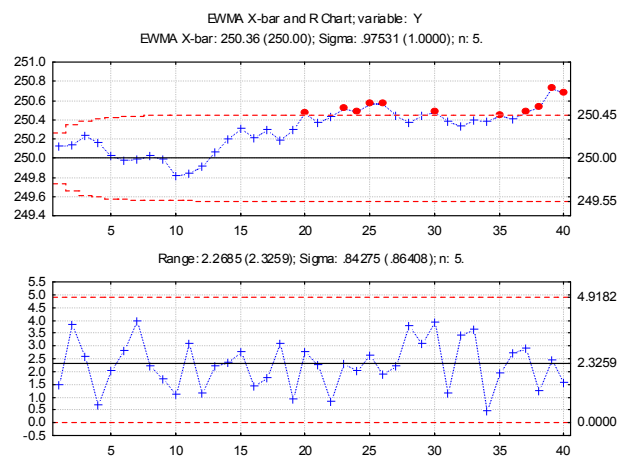
Az előzetes adatfelvétel szerint a folyamat paramétereit:  $\mu=250.0$ ,  $\sigma=1.0$   
5 elemű mintákat véve a folyamatból (gyártasközi.sta) készítünk EWMA kártyát gyártásközi ellenőrzéshez!



Lambda for exponentially weighted move average: 0.1

31

### Lambda for exponentially weighted moving average: 0.2



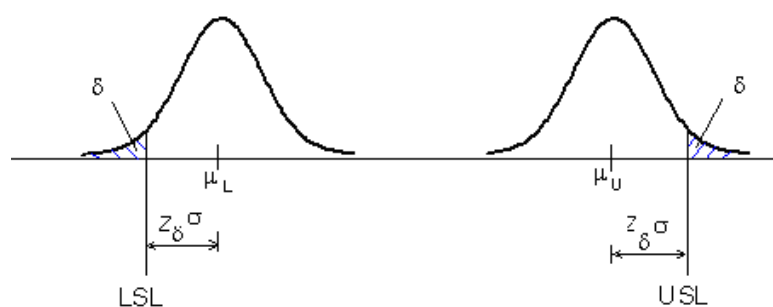
SPC

32



Csúnyán fest a Mol grafikonja, a részvény nagy lendülettel esett be a 200 napos exponenciális mozgóátlag alá. A chart alapján a következő támasz 12 600 forint körül látható. A reggel 2,4 százalékos pluszban mozgó olajár talán segíthet a részvényen.

### Módosított határu átlag-kártya

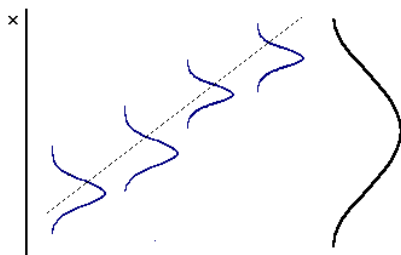


$$\mu_L = LSL + z_\delta \sigma$$

$$\mu_U = USL - z_\delta \sigma$$

## Trend esetén alkalmazható ellenőrző kártyák

Elkerülhetetlen egyirányú változás, pl. szerszámok kopása; oldószer állandó párolgása, és így a festék koncentrációja a nyomdagépen; elektrolitikus bevonatképzéskor az oldat hígulása; gép melegedésének hatása

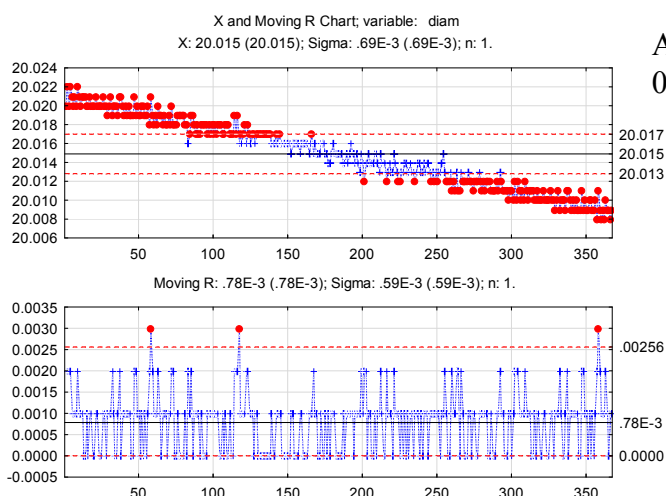


SPC

35

### 7. példa

Egy furat névleges átmérője 20 mm,  
 $USL=20.021$  mm;  $LSL=20.0$  mm;  $T=20.0105$  mm.  
A szerszám kopása miatt a tényleges furat-átmérő egyre csökken.



Az ingadozás szórása  
0.0007 mm.

36

## Regressziós ellenőrző kártya

Az egyirányú változást tudomásul vesszük, de az attól való eltérésnek véletlenszerűnek kell lennie.

2D Scatterplots

Quick Advanced Appearance Categorized Options 1

Variables:

X: furat

Y: diam

Parameter Estimates (regrkartya.STA)						
Sigma-restricted parameterization						
	diam	diam	diam	diam	-95.00%	+95.00%
Effect	Param.	Std.Err	t	p	Cnf.Lmt	Cnf.Lmt
Intercept	20.0210138	0.0000746	268337.8	0.00	20.02087	20.02116
furat	-0.0000333	0.0000003	-94.7	0.00	-0.00003	-0.00003

Graph type:

Regular

Multiple

Regression bands

Off    level:

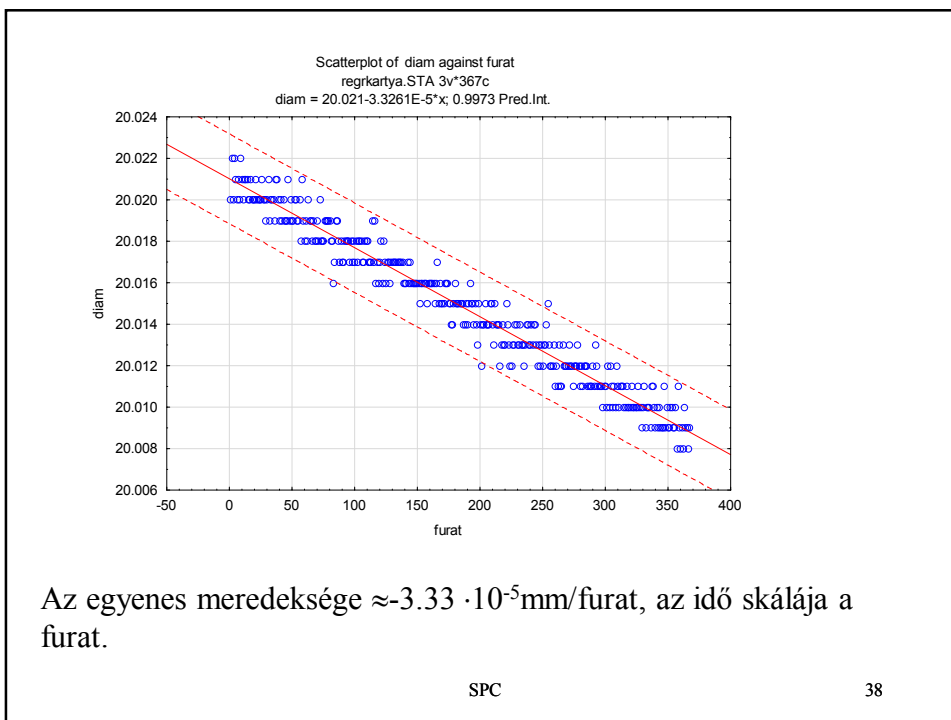
Confidence    level:

Prediction

Fit type:

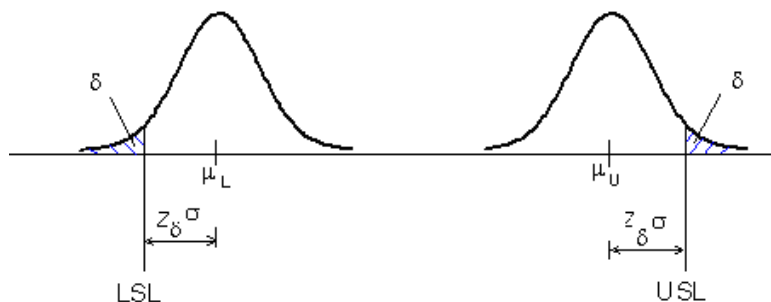
Linear

SPC
37



## Módosított határu átlag-kártya

Hol legyen az átmérő várható értéke induláskor és a végén?



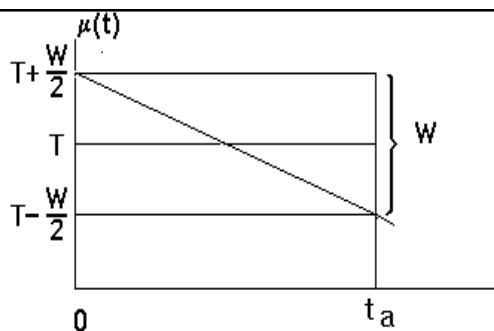
$$\mu_L = LSL + z_\delta \sigma$$

$$\mu_U = USL - z_\delta \sigma$$

$$W = \mu_U - \mu_L = USL - LSL - 2(z_\delta \sigma)$$

SPC

39



(az idő skálája a minta)

$$W = \mu_U - \mu_L = USL - LSL - 2(z_\delta \sigma)$$

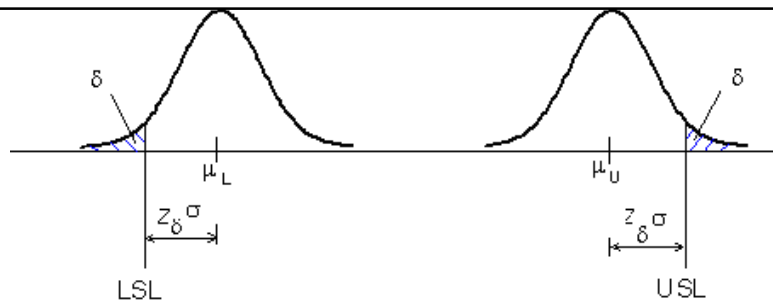
Hol legyenek az egyediérték-kártyán a beavatkozási határok?

$$UCL = \mu_U + 3\sigma = USL - z_\delta \sigma + 3\sigma = USL - (z_\delta - 3)\sigma$$

$$LCL = \mu_L - 3\sigma = LSL + z_\delta \sigma - 3\sigma = LSL + (z_\delta - 3)\sigma$$

SPC

40



Legyen a megengedett selejtarány  $2\delta=0.0027$  ( $z_\delta=3$ ).  
 Milyen furat-átmérővel kezdjük, és milyen alsó beavatkozási határig folytathatjuk a munkát szerszámcserre (beállítás) nélkül?

$$USL=20.021 \text{ mm}; \quad LSL=20.0 \text{ mm}; \quad T=20.0105 \text{ mm}$$

$$LCL = LSL + (3 - 3)\sigma = 20 + (3 - 3) \cdot 0.0007 = 20.000$$

$$\mu_L = 20 + 3 \cdot 0.0007 = 20.0021$$

SPC

41

$$\mu_L = 20 + 3 \cdot 0.0007 = 20.0021$$

$$\begin{aligned} W/2 &= T - \mu_L = \\ &= 20.0105 - 20.0021 = 0.0084 \end{aligned}$$

$$W=0.0168$$

Jelölje  $d$  az egyenes meredekségét

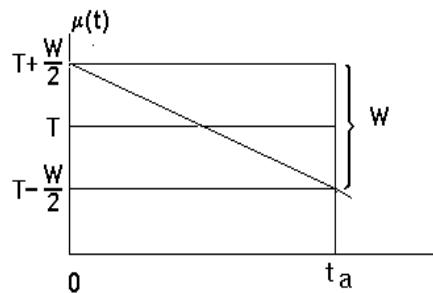
A szerszámcserre időpontja:

$$t_a = \frac{W}{d} = \frac{0.0168}{3.33 \cdot 10^{-5}} = 505$$

505 furat készíthető egy dörzsárral, ha azt akarjuk, hogy az összes elkészült furat 99.73%-a 99.73% biztonsággal a tűrésmezőn belül legyen.

SPC

42



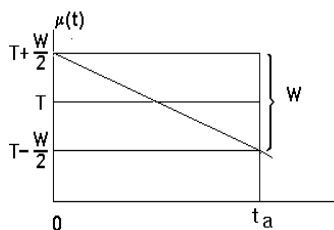
A szerszámcsere optimális időpontja Taguchi módszere szerint

$$E[L(x)] = k[\sigma^2 + (\mu - T)^2] \quad \mu = \mu(t)$$

A trend miatti veszteség  
integrális átlaga:

$$L_A = \frac{k}{t_a} \int_0^{t_a} [\mu(t) - T]^2 dt$$

$$\mu(t) = \mu(0) - \frac{W}{t_a} t = T + \frac{W}{2} - \frac{W}{t_a} t$$



a meredekség:  $d = \frac{W}{t_a}$

SPC

43

Fejezzük ki a termék-egységre eső veszteséget, ha egy furatra a selejtes alkatrész költsége 100Ft!

$$L(x) = k(x - T)^2$$

$$T=20.0105 \text{ mm} ; USL=20.021 \text{ mm}; LSL=20.0 \text{ mm}$$

$$L_1 = 100\text{Ft} = k\Delta^2 = k \cdot 0.0105^2 \therefore k = \frac{100}{0.0105^2} = 9.07 \cdot 10^5 \text{ Ft/mm}^2$$

SPC

44

Az eltolódás miatti átlagos veszteség egy termék-egyedre:

$$L_A = \frac{k}{t_a} \int_0^{t_a} \left( \frac{W}{2} - \frac{W}{t_a} t \right)^2 dt = \frac{k}{t_a} \int_0^{t_a} \left( \frac{W^2}{4} - \frac{W^2}{t_a} t + \frac{W^2}{t_a^2} t^2 \right) dt = \frac{kW^2}{12}$$

$$E[L(x)] = k[\sigma^2 + (\mu - T)^2] = k\sigma^2 + L_A$$

$$L_1 = k\left[\sigma^2 + (\mu - T)^2\right] = k\sigma^2 + L_A = k\left[\sigma^2 + \frac{W^2}{12}\right]$$

$$t_a = \frac{W}{d} \quad \text{a furatok száma a szerszámcsereig}$$

A  $t_a$  beállítási időpontig az előálló átlagos összes veszteség:

$$L_o = L_1 t_a = k t_a \left( \sigma^2 + \frac{W^2}{12} \right) = k \frac{W}{d} \left( \sigma^2 + \frac{W^2}{12} \right)$$

SPC

45

A beállítás akkor indokolt, amikor az egyre növekvő eltolódás miatti növekvő veszteség meghaladná a csere  $C_A$  költségét, vagyis

$$L_o = k \frac{W}{d} \left( \sigma^2 + \frac{W^2}{12} \right) \geq C_A$$

$k$  a Taguchi-féle négyzetes veszteségfüggvény együttthatója

SPC

46

Az idő skálájának egysége az egy furat előállításához tartozó idő (vagyis az időegység alatti furatok száma  $\nu=1$ ).

Ekkor  $t_a$  az furat-szám, amely után szerszámot kell cserélni.

Az eltolódás meredeksége (drift)  $d=3.3 \cdot 10^{-5}$  mm/furat, a méret-ingadozás szórása 0.0007 mm.

$$L_{\sigma} = k \frac{W}{d} \left( \sigma^2 + \frac{W^2}{12} \right) \geq C_A$$

Pl. legyen a dörzsár cseréjének költsége  $C_A = 1000$  Ft  
A harmadfokú egyenlet megoldásával

$$W \leq 0.007586 \quad \text{a } 0.0168 \text{ helyett}$$

SPC

47

A szerszámcsere időpontja:

$$t_a = \frac{W}{d} = \frac{0.00758}{3.33 \cdot 10^{-5}} = 228 \quad \text{az } 505 \text{ helyett}$$

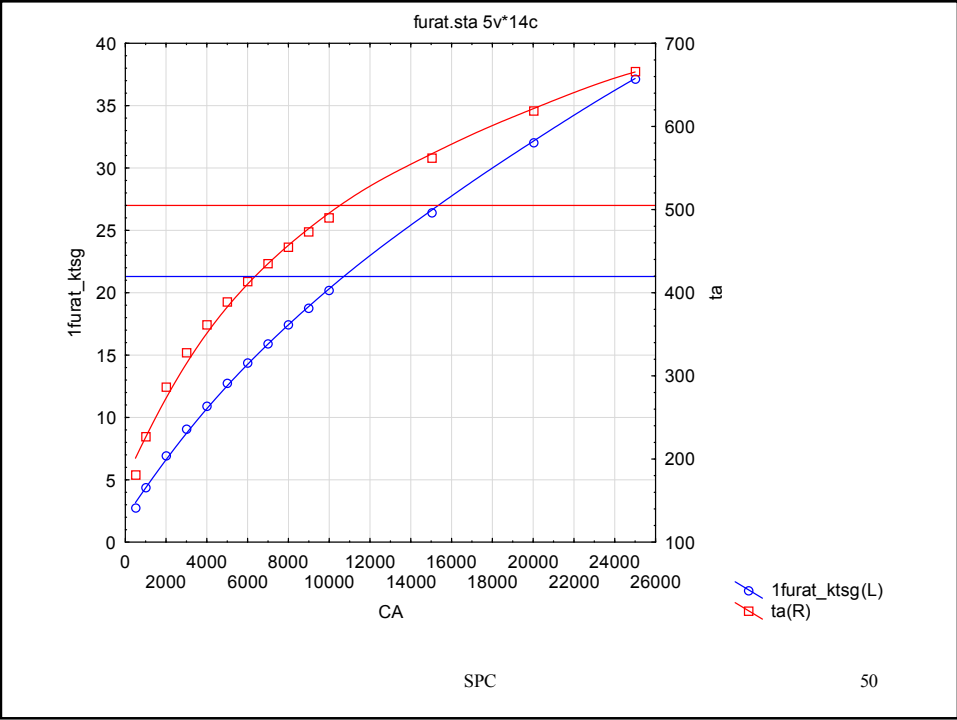
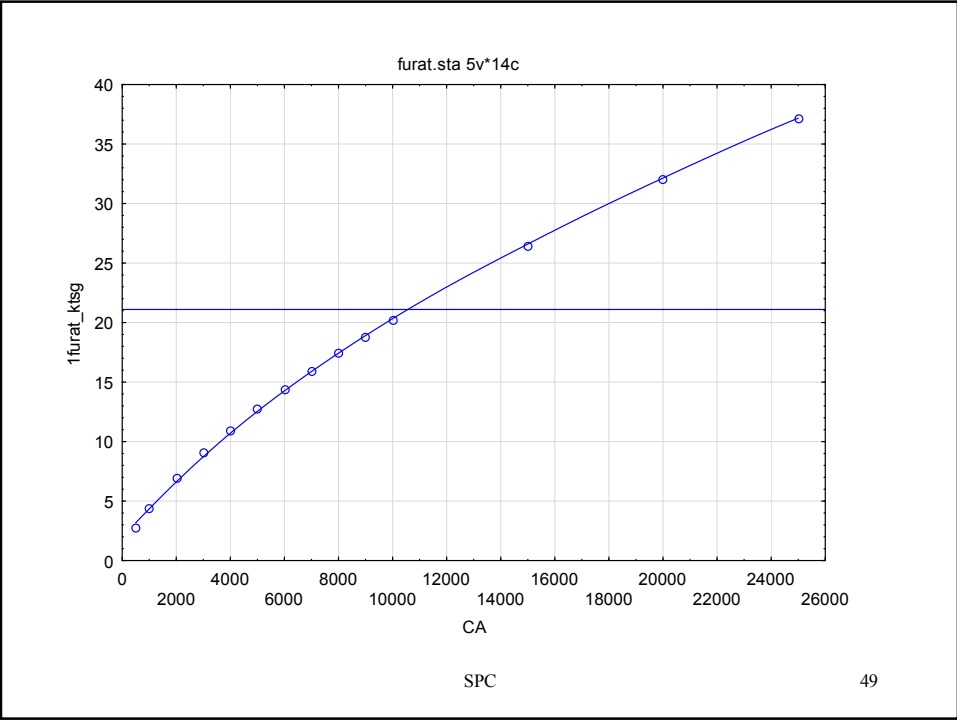
A veszteség 228 mintához tartozó furat után cserélve a szerszámot 991Ft az összköltség (228 furatra, azaz 4.35Ft/furat), 505 furat után cserélve a szerszámot 10762.4Ft, az összköltség (21.3Ft/furat).

Itt a szórás kicsi, a veszteségben elhanyagolható a szerepe.

SPC

48



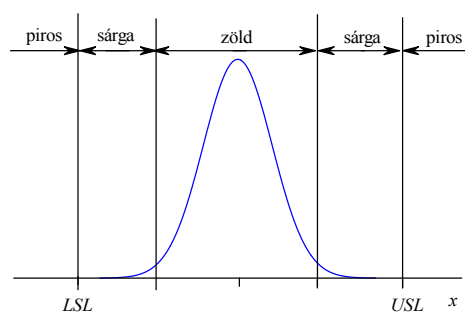


Nagyon jó képességű folyamatok kezelése:  
PRE-control

“Miért kell kapanyelet mikron pontossággal gyártanunk?”

SPC

51



SPC

52

A folyamatból 5 egymást követő elemből álló mintát veszünk. Ha a mintának mind az 5 eleme a zöld zónába esik, elkezdhetjük a gyártást.

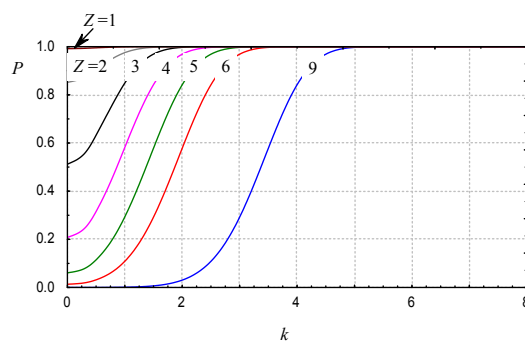
Rendszeres időközönként két egymást követő mintát veszünk a folyamatból:

- két zöld : folytatjuk a termelést
- egyik zöld, másik sárga : folytatjuk a termelést
- két sárga: leállunk, megkeressük az okot
- egy vagy két piros: leállunk, megkeressük az okot

A mintavétel további gyakorisága: két leállás közti idő/6

SPC

53



$Z$  szigmás folyamatnál annak valószínűsége, hogy el sem tudunk indulni, ha  $k\sigma$  nagyságú eltolódás van

SPC

54